Всероссийская олимпиада школьников

по АСТРОНОМИИ

Муниципальный этап

11 класс

Краткие решения

Задачи 1-5 оцениваются в 8 баллов, задача 6 – в 10 баллов. Максимальное количество баллов – 50.

Задача 1.

Некая звезда проходит дугу в 180^o от своего восхода до своего захода. При этом её высота в верхнюю кульминацию равна 60^o. Определите склонение звезды и широту места наблюдения.

Решение и система оценивания:

1. Чтобы пройти дугу в 180^o от востока до запада, звезда должна двигаться по небесному экватору, следовательно ее склонение равно 0. По формуле для высоты светила в верхней кульминации можно найти широту: $h = 90° – \varphi + \delta$, откуда $\delta=0$ $\varphi=30^o$.

Это самый очевидный случай решения, он оценивается в 3 балла.

2. В задаче не сказано, к югу или к северу от зенита произошла верхняя кульминация звезды. В случае ВК к северу от зенита получаем симметричное решение, но с наблюдателем в южном полушарии: $\delta=0$ и $\varphi=-30^o$. ***Это решение оценивается в 2 балла. Если оно приведено как самостоятельное (т.е. решение 1 не рассмотрено), то этот вариант решения, с полным и верным объяснением логики и формул, следует оценить в 3 балла.***

3 и 4. Наконец, есть ещё одна пара симметричных вариантов решения. Для наблюдателя на экваторе все светила походят от восхода до хзахода дугу в 180^o. Отсюда $\varphi=0^o$ и склонение звезды равно $\delta=30^o$ либо -30^o. ***Эта пара вариантов оценивается в 3 балла суммарно, если рассмотрен только один из двух – максимально в 2 балла***.

Задача 2.

Шаровое скопление M13 имеет диаметр $D = 145$ св. лет и содержит $N = 10^6$ звёзд. Средняя масса звезды в скоплении равна массе Солнца ($M_{\odot}$). Оцените, какую минимальную скорость нужно сообщить космическому аппарату, стартующему с окраины скопления, чтобы он смог навсегда его покинуть. Скопление считать сферически симметричным.

Решение и система оценивания:

Чтобы улететь из звездного скопления, аппарату необходимо придать минимальную скорость, равную второй космической, которая определяется как

$V_{II} = \sqrt{(2GM/R)}$, где M – масса скопления, которое можно найти как: $M = M_{\odot} \cdot N$; R – радиус скопления, который равен $R = D/2$ (для соблюдения размерности нужно перевести диаметр из световых лет в метры). Тогда итоговая формула примет вид: $V_{II} = \sqrt{(4GNM_{\odot}$

/D). Подставив численные значения, получим $V_{II} = 1.972 \cdot 10^4$ *м/с = 19.7 км/с ≈ 20 км/с, учтя точность исходных данных.*

Верное вычисление полной массы скопления – 2 балла
Верный перевод радиуса скопления в СИ/СГС – 2 балла
Верная запись и использование формулы для скорости убегания - 2 балла
Финальный расчёт скорости – 2 балла.

Если участник не использовал согласованную систему единиц (например, оставил размер скопления в световых годах), то задача не может быть оценена выше 6 баллов, при условии верного выполнения остальных этапов и получения не абсурдного физически ответа.

Задача 3.

Оцените, сколько спутников, идентичных по физическим и орбитальным параметрам Луне требуется, чтобы ночью (хотя бы иногда) было так же светло, как сейчас днём. Как следует разместить их на орбитах (полагая, что большая полуось и эксцентриситет зафиксированы и эквивалентны этим параметром у реальной Луны)?

Решение и система оценивания:

Чтобы ночью было так же светло, как днем, необходимо, чтобы суммарная яркость всех спутников достигала яркости Солнца, то есть $N \cdot E_Л = E_С$, *где N – количество спутников. Выразим N через* $E_С/E_Л$. *По формуле Погсона зависимость видимой звёздной величины от освещённости:* $m_С – m_Л = -2.5 \cdot log_{10} (E_С/E_Л)$ *или* $m_С – m_Л = -2.5 \cdot log_{10} (N)$. *Тогда количество спутников можно найти по формуле:* $N = 10\hat{}(0.4 \cdot (m_л - m_с))$. *Подставив соответствующие значения, получим, что количество спутников должно составлять 398 107 Лун в фазе полнолуния.*

Решение может быть записано различным образом, но в нём, в любом случае, присутствуют этапы работы с освещённостями ($N \cdot E_Л = E_С$ *- переход к числу спутников) и применения соотношения Погсона (в том или ином виде).* ***Каждый из этих двух этапов максимально оценивается в 3 балла. Итого максимально 6 баллов за нахождения ответа примерно 4 ·10⁵ спутников.***

Так как максимальный блеск Луны наблюдается в момент, когда спутник находится для Земли в противоположной стороне от Солнца (полнолуние), то и размещать спутники необходимо соответственно, что невозможно в случае, когда орбиты идентичны. Даже если просто заполнить сферу вокруг Земли с радиусом. Равным радиусу лунной орбиты, такими спутниками, $\mathbf{4 \cdot 10^5}$ *штук всё равно не поместятся. Докажем это. Площадь небесной сферы 4π стерадиан или около 41 253 кв. градуса. Площадь Луны около 0.2 кв. градуса, т.е. на небесной сфере, даже если мы всю её заполним лунными дисками, поместится не более 2* $\mathbf{\cdot 10^5}$ *(т.е. примерно половиной из требуемых* $\mathbf{4 \cdot 10^5}$ **)** *спутников, при том почти все они будут далеки от фазы полнолуния.*
Таким образом, достичь дневной освещённости неба, заполнив его лунами, не удастся.

За верную аргументацию невозможности достичь требуемого в задаче эффекта участник получает ещё 2 балла.

Задача 4.

Определите, через какие промежутки времени повторяются противостояния Марса.

Решение и система оценивания:

Для нахождения интервалов повторений противостояний Марса, необходимо найти синодический период S. А для его нахождения через уравнение синодического движения - сидерический период Марса.

Для нахождения периода Марса, можно использовать третий закон Кеплера, записав его также и для Земли: $(T_м/T_з)^2 = (a_м/a_з)^3$. *Подставив значения, получим* $T_м \approx 684.5$ *сут* ***(4 балла=2 балла формула + 2 балла верный расчёт)***.

Планета внешняя, поэтому формула синодического движения будет выглядеть как: $1/S_м = 1/T_з - 1/T_м$. $S \approx 783$ *сут.* ≈ 2.14 *земных года* $\approx$ *2 года 1 месяц 21 день* ***(4 балла= 2 балла формула + 2 балла верный расчёт)***.

Т.е. противостояния Марса происходят через каждые 2.14 земных года.

В ответе может встречаться число 15 или 17 лет (Промежуток времени между великими противостояниями Марса). Такой вариант оценивается не более, чем в ***1 балл.***

Если участник знает (без вывода) период повторения противостояний Марса это может быть оценено не выше, чем в ***2 балла.***

Задача 5.

При наблюдении с Земли угловое расстояние между Венерой и Меркурием оказалось равным 68^o. Определите линейное расстояние между планетами в этот момент. Орбиты считать круговыми и лежащими в плоскости эклиптики.

Решение и система оценивания:

Приведённый в задаче угол соответствуют угловым расстояниям между Солнцем и планетами в элонгациях в приближении круговых орбит. Это легко проверяется на основе справочных данных ($46^o = \arcsin 0.72$, $22^o = \arcsin 0.38$*). В итоге угловое разделение Меркурия и Венеры составляет как раз приведённые в задаче* 68^o*. Это необходимый для продолжения решения задачи вывод,* ***который оценивается в 4 балла. Если участник просто угадал, что речь про элонгацию – оценка за этот этап не может быть выше 1 балла***.

Таким образом, искомое расстояние между планетами r может быть найдено из геометрических соображений. В четырёхугольнике Солнце-Меркурий-Земля-Венера углы при планетах Венера и Меркурий прямые по условию элонгации, угол при Земле 68^o*, т.о. угол Меркурий-Солнце-Венера составляет* $180-68=112^o$*. И расстояние Меркурий-Венера может быть найдено через теорему косинусов, поскольку две другие стороны треугольника известны – это полуоси орбит планет.*

Либо участник может найти расстояние от Земли до Венеры и Меркурия (аналогично задаче 5 для 8 кл) и потом уже для треугольника Меркурий-Земля-Венера применять теорему косинусов так же с известными двумя сторонами и углом между ними. ***Вне зависимости от пути решения, полностью выполненный этап нахождения расстояния между планетами оценивается в 4 балла.***

Для варианта 1 расчет:

$r_м = \sqrt{(a^2 - a_м^2)}$ => $r_м = \sqrt{(1^2 - 0.38^2)} \approx 0.92$ *а.е. – расстояние от Меркурия до Земли*

$r_в = \sqrt{(a^2 - a_в^2)}$ => $r_в = \sqrt{(1^2 - 0.72^2)} \approx 0.69$ *а.е. – расстояние от Венеры до Земли*

расстояние между Венерой и Меркурием $r = \sqrt{(0.72^2 + 0.38^2 - 2 \cdot 0.72 \cdot 0.38 \cdot \cos(112^o))}$;

$r=\sqrt{(0.5184+0.1444-0.5472 \cdot (-0.3746))} = \sqrt{0.8678} = 0.93$ *а.е.*

Для варианта 2 расчёт:

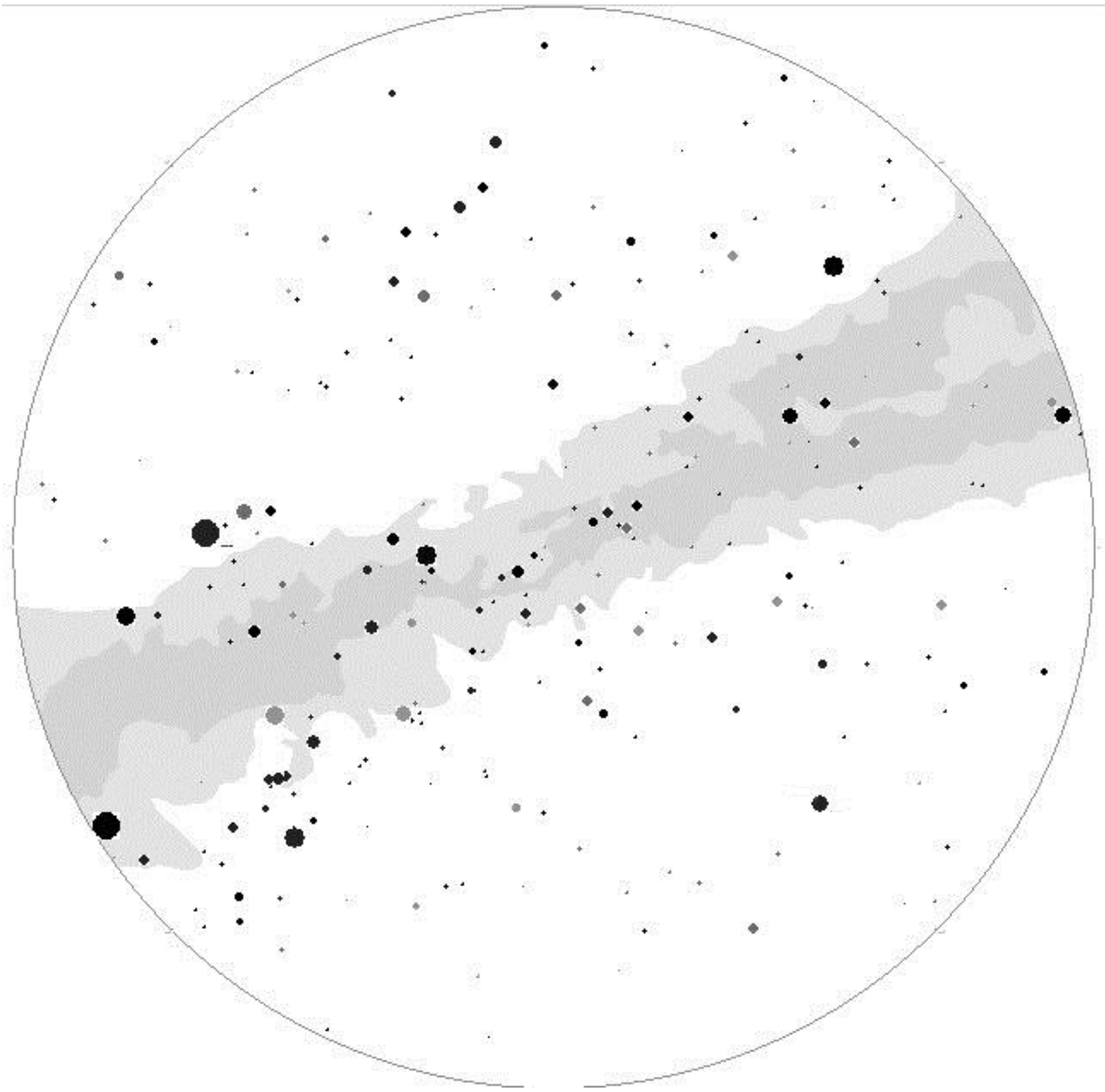
расстояние между Венерой и Меркурием $r = \sqrt{(0.92^2 + 0.69^2 - 2 \cdot 0.92 \cdot 0.69 \cdot \cos(68^o))}$

$r=\sqrt{(0.8464+0.4761-1.2696 \cdot (0.3746))} = \sqrt{0.8469} = 0.92$ *а.е.*

Разница между полученными в вариантах 1 и 2 значениями в 0.01а.е. вызвана ошибками округления и характеризует точность ответа.

Задача 6.

Вам предложена «слепая» (т.е. без подписей названий звёзд и созвездий) карта звёздного неба (негативное изображение). Круглая линия, ограничивающая карту – математический горизонт. Вид звёздного неба соответствует 23 часам московского времени в день проведения олимпиады (10 ноября) для Казани. На карте не показана Луна, но отображены планеты. Укажите (и подпишите) известные вам созвездия, а также яркие звёзды (и планеты, если они есть). Подпишите стороны света.



Решение и система оценивания:

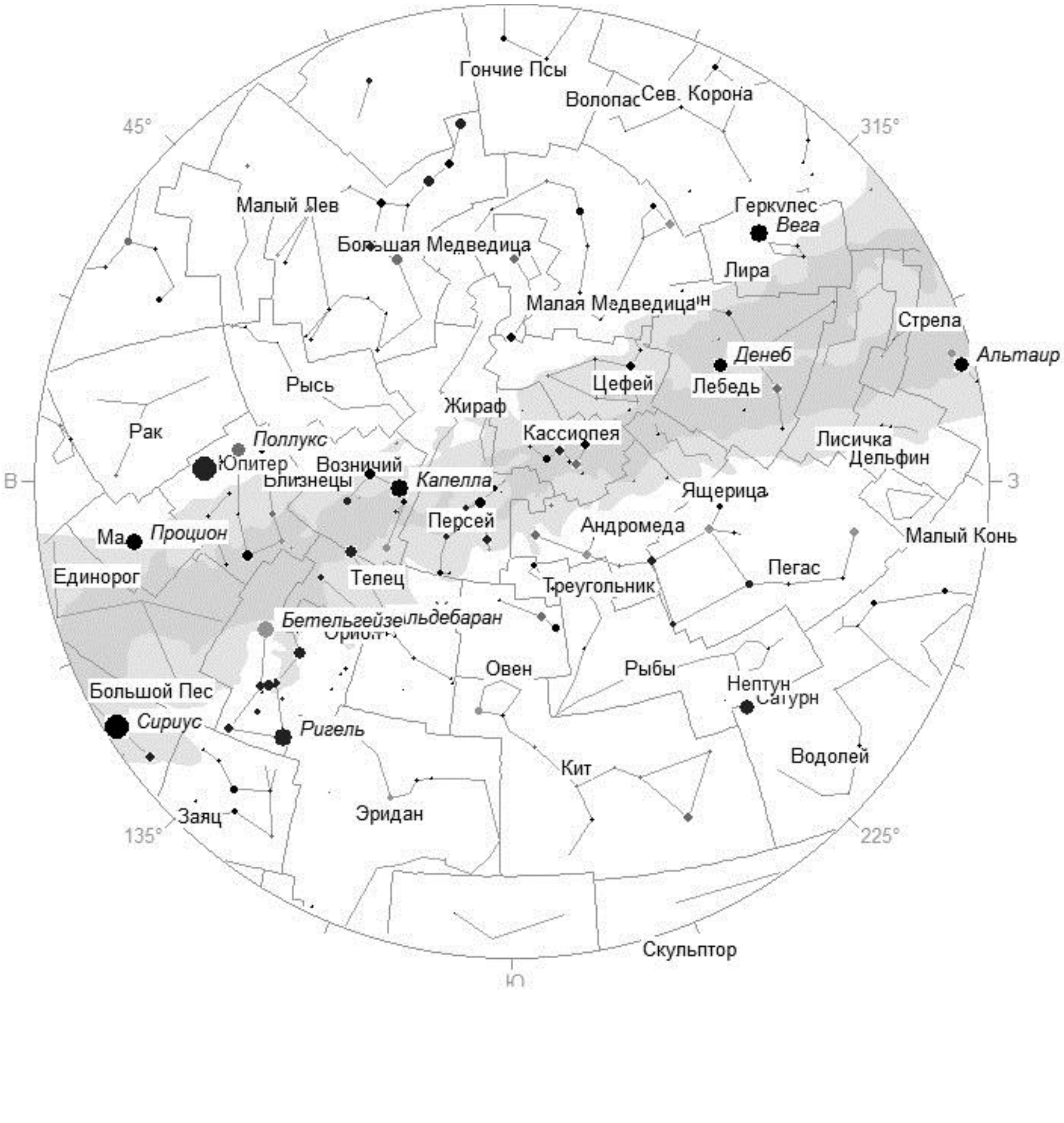
Каждое верно указанное созвездие оценивается в 0.5 балла, но не более 4 баллов суммарно

Каждая верно подписанная звезда – 0.5 балла, но не более 4 баллов суммарно.

Верно указанные стороны света – 2 балла (или 1 балл. если перепутаны восток и запад/или север и юг – обратите внимание, север вверху, восток слева!)

За каждую верно подписанную планету - 1 балл, суммарно 2 балла.

Таким образом, если за стороны света и планеты участник набрал 4 балла (максимально возможная оценка), то за названия созвездий и звёзд ставится не более 6 баллов, исходя из оценки 10 баллов за задачу. Если же по сторонам света и/или планетам недобор, то за блок «созвездия и звёзды» участник может получить максимально 8 баллов.



Справочные данные:

Большая полуось орбит некоторых планет:
Меркурий – 0.38 а.е.
Венера – 0.72 а.е.
Марс – 1.52 а.е.
1а.е.=$1.496 \cdot 10^8$ км; 1пк=206265 а.е; 1 пк = 3.26 св. года;
Продолжительность земного тропического года 365.2422 средних солнечных суток;
Масса Солнца $2 \cdot 10^{30}$ кг, Земли $6 \cdot 10^{24}$ кг,
Радиус Солнца – $6.96 \cdot 10^5$ км, Земли 6400 км;
Гравитационная постоянная $G=6.67 \cdot 10^{-11}$ Н*м^2/кг^2;
Широта Казани – 55º47".
Зв.величина Солнца $m_С= -26.7^m$, Луны в полнолуние $m_Л = -12.7^m$, Венеры $m_В = -4.7^m$.